

1.1

- a) Lasketaan tarjoushinnan osuus alkuperäisestä hinnasta.

$$100 \% - 19 \% = 81 \% = 0,81$$

Lasketaan tarjoushintaa.

$$0,81 \cdot 170 \text{ €} = 137,70 \text{ €}$$

- b) Lasketaan kuinka monta prosenttia Jorman maksama hinta on tarjoushinnasta.

$$\frac{120 \text{ €}}{137,70 \text{ €}} \approx 0,87 = 87 \%$$

Lasketaan Jorman saama alennus.

$$100 \% - 87 \% = 13 \%$$

Vastaus

a) 137,70 €

b) 13 %

1.2

- a) Verrataan sinisten maastopyöröiden hintaa punaisten maastopyöröiden hintaan.

$$\frac{1299 \text{ €}}{1378 \text{ €}} \approx 0,943 = 94,3 \%$$

Sininen maastopyörä on $100 \% - 94,3 \% = 5,7 \%$ halvempi kuin punainen maastopyörä.

- b) Verrataan punaisten maastopyöröiden hintaa sinisten maastopyöröiden hintaan.

$$\frac{1378 \text{ €}}{1299 \text{ €}} \approx 1,061 = 106,1 \%$$

Punainen maastopyörä on $106,1 \% - 100 \% = 6,1 \%$ kalliimpi kuin sininen maastopyörä.

- c) Sininen maastopyörä on $5,7 \%$ halvempi kuin punainen maastopyörä, joten punaisten maastopyöröiden hintaa pitäisi laskea $5,7 \%$, jotta se maksaisi yhtä paljon kuin sininen maastopyörä.

Vastaus

- a) $5,7 \%$
b) $6,1 \%$
c) $5,7 \%$

1.3

Muiden kulujen osuus talopakedin hinnasta: $100 \% - 6 \% - 14 \% = 80 \%$.

Alkutilanne:

Talopakedin kokonaishinta	152 420 €
Kuljetuksen osuus:	$0,06 \cdot 152\,420\text{ €} = 9145,20\text{ €}$
Pystytyksen osuus:	$0,014 \cdot 152\,420\text{ €} = 21\,338,80\text{ €}$
Muut kulut:	$0,80 \cdot 152\,420\text{ €} = 121\,936\text{ €}$

Tilanne hintojen nousun jälkeen:

Kuljetuksen osuus:	$1,20 \cdot 9145,20\text{ €} = 10\,974,24\text{ €}$
Pystytyksen osuus:	$1,038 \cdot 21\,338,80\text{ €} \approx 22\,149,67\text{ €}$
Muut kulut:	$1,029 \cdot 121\,936\text{ €} = 125\,472,14\text{ €}$

Talopakedin muuttunut hinta:

$$10\,974,24\text{ €} + 22\,149,67\text{ €} + 125\,472,14\text{ €} = 158\,596,05\text{ €}$$

Verrataan talopakedin muuttunutta hintaa alkuperäiseen hintaan.

$$\frac{158\,596,05\text{ €}}{152\,420\text{ €}} \approx 1,041 = 104,1\%$$

Talopakedin kokonaishinta nousi $104,1\% - 100\% = 4,1\%$

Vastaus

nousee $4,1\%$

1.4

- a) $\frac{78 \text{ €}}{176 \text{ €}} \approx 0,44 = 44 \%$
- b) $\frac{21 \$}{897 \$} \approx 0,023 = 2,3\%$
- c) $\frac{1,7 \cdot 10^9 \text{ JPY}}{489 \cdot 10^9 \text{ JPY}} \approx 0,0035 = 0,35 \%$
- d) $\frac{127\,600 \text{ €}}{118\,000 \text{ €}} \approx 1,08 = 108 \%$

Vastaus

- a) 44 %
- b) 2,3%
- c) 0,35 %
- d) 108 %

1.5

a) $0,96 \cdot 2560 \text{ €} = 2457,60 \text{ €}$

b) $0,0175 \cdot 6,82 \cdot 10^9 \$ \approx 0,119 \cdot 10^9 \$ = 119 \cdot 10^6 \$$

c) $0,0012 \cdot 456\,300 \text{ NOK} = 547,56 \text{ NOK}$

d) $1,037 \cdot 7200 \text{ mk} = 7466,40 \text{ mk}$

Vastaus

a) 2457,60 €

b) 0,119 miljardia dollaria eli 119 miljoonaa dollaria

c) 547,56 NOK

d) 7466,40 mk

1.6

a) $100 \% + 17 \% = 117 \% = 1,17$

$$1,17 \cdot 880 \text{ €} = 1029,60 \text{ €}$$

b) $100 \% + 1,8 \% = 101,8 \% = 1,018$

$$1,018 \cdot 8750,00 \text{ kr} = 8907,50 \text{ kr}$$

c) $100 \% + 120 \% = 220 \% = 2,20$

$$2,20 \cdot 3,75 \cdot 10^6 \text{ fr} = 8,25 \cdot 10^6 \text{ fr}$$

Vastaus

a) 1029,60 €

b) 8907,50 kruunua

c) 8,25 miljoonaa frangia (eli 8 250 000 frangia)

1.7

- a) $100\% - 24\% = 76\% = 0,76$
 $0,76 \cdot 1095,00 \text{ €} = 832,20 \text{ €}$
- b) $100\% - 5,6\% = 94,4\% = 0,944$
 $0,944 \cdot 7800,00 \text{ CZK} = 7363,20 \text{ CZK}$
- c) $100\% - 68\% = 32\% = 0,32$
 $0,32 \cdot 3,50 \cdot 10^{12} \text{ JPY} = 1,12 \cdot 10^{12} \text{ JPY}$

Vastaus

- a) 832,20 €
- b) 7363,20 koruna
- c) 1,12 biljoona jeniä

1.8

a) Tapa 1: $1,10 \cdot 1,10 \cdot 299\text{€} = 1,21 \cdot 299\text{€} (= 361,79 \text{ €})$

Tapa 2: $1,20 \cdot 299\text{€} (= 358,80 \text{ €})$

Loppuhinta on korkeampi tavalla 1.

b) Tapa 1: $0,90 \cdot 1,10 \cdot 299\text{€} = 0,99 \cdot 299\text{€} (= 296,01 \text{ €})$

Tapa 2: $1,10 \cdot 0,90 \cdot 299\text{€} = 0,99 \cdot 299 \text{ €} (= 296,01 \text{ €})$

Loppuhinta on molemmilla tavoilla yhtä suuri.

c) Tapa 1: $1,20 \cdot 0,80 \cdot 299\text{€} = 0,96 \cdot 299\text{€} (= 287,04 \text{ €})$

Tapa 2: $1,30 \cdot 0,70 \cdot 299\text{€} = 0,91 \cdot 299 \text{ €} (= 272,09 \text{ €})$

Loppuhinta on korkeampi tavalla 1.

Vastaus

a) tavalla 1 korkeampi

b) tavoilla 1 ja 2 yhtä suuret

c) tavalla 1 korkeampi

1.9

- a) Lasketaan myyntikate hinnankorotuksen jälkeen.

$$19 \% + 3 \% = 22 \%$$

- b) Verrataan myyntikatteen korotusta alkuperäiseen myyntikatteeseen.

$$\frac{3 \%}{19 \%} \approx 0,16 = 16 \%$$

- c) Lasketaan osan hinta hinnankorotuksen jälkeen.

$$100 \% + 22 \% = 122 \% = 1,22$$

$$1,22 \cdot 264 \% = 322,08 \text{ €}$$

- d) Alkuperäinen myyntihinta oli $1,19 \cdot 264 \text{ €} = 314,16 \text{ €}$.

Verrataan uutta myyntihintaa alkuperäiseen myyntihintaan.

$$\frac{322,08 \text{ €}}{314,16 \text{ €}} \approx 1,025 = 102,5 \%$$

Myyntihinta nousi $102,5 \% - 100 \% = 2,5 \%$.

Vastaus

- a) 22 %
- b) 16 %
- c) 322,08 €
- d) 2,5 %

1.10

1. Verrataan vuoden 2020 päästörajaa vuoden 2015 päästörajaan.

$$\frac{95 \text{ g/km}}{130 \text{ g/km}} \approx 0,731 = 73,1 \%$$

Lasketaan päästörajan muutos. Vuoden 2015 päästörajaa vastaa 100 %.

$$100 \% - 73,1 \% = 26,9 \%$$

Vuoden 2020 päästöraja on 26,9 % pienempi kuin vuoden 2015 päästöraja.

2. Lasketaan päästörajat vuosille 2025 ja 2030.

$$\text{vuosi 2025: } 0,85 \cdot 95 \text{ g/km} = 80,75 \text{ g/km}$$

$$\text{vuosi 2030: } 0,625 \cdot 95 \text{ g/km} = 59,375 \text{ g/km}$$

Verrataan vuoden 2030 päästörajaa vuoden 2025 päästörajaan.

$$\frac{59,375 \text{ g/km}}{80,75 \text{ g/km}} \approx 0,735 = 73,5 \%$$

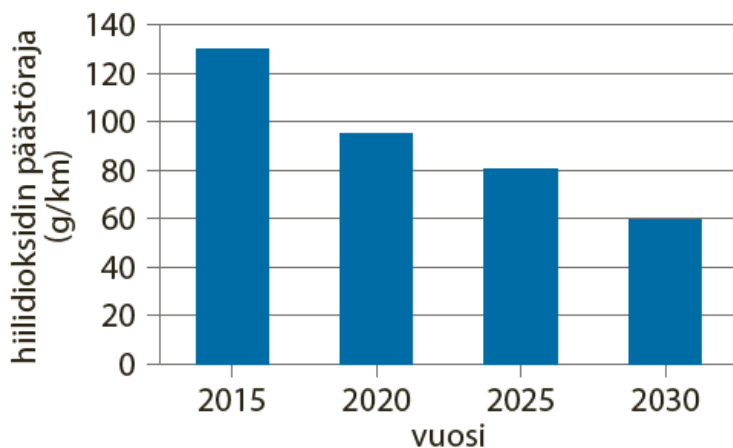
Lasketaan päästörajan muutos. Vuoden 2025 päästörajaa vastaa 100 %.

$$100 \% - 73,5 \% = 26,5 \%$$

Vuoden 2030 päästöraja on 26,5 % pienempi kuin vuoden 2025 päästöraja.

3. Laaditaan päästörajoja havainnollistava pylväsdiagrammi taulukkolaskentaohjelmalla.

Vuosi	Päästöraja (g/km)
2015	130
2020	95
2025	80,75
2030	59,375



Vastaus

1. 26,9 %
2. 26,5 %

1.11

a) Lasketaan kauppiaan tarjoushinta.

$$100 \% - 16 \% = 84 \% = 0,84$$

$$0,84 \cdot 899 \text{ €} = 755,16 \text{ €}$$

b) Lasketaan Riston tarjoama hinta.

$$100 \% - 7 \% = 93 \% = 0,93$$

$$0,93 \cdot 755,16 \text{ €} \approx 702,30 \text{ €}$$

c) Verrataan Riston tarjoamaa hintaa ohjevähittäishintaan.

$$\frac{702,30 \text{ €}}{899 \text{ €}} \approx 0,78 = 78 \%$$

Ohjevähittäishintaa vastaa 100 %. Riston tarjoama hinta alittaa ohjevähittäishinnan $100 \% - 78 \% = 22 \%$.

Vastaus

a) 755,16 €

b) 702,30 €

c) 22 %

1.12

- a) Verrataan Villen palkkaa Jussin palkkaan.

$$\frac{1962 \text{ €}}{1746 \text{ €}} \approx 1,124 = 112,4 \%$$

$$112,4 \% - 100 \% = 12,4 \%$$

Villen palkka on 12,4 % suurempi kuin Jussin palkka.

- b) Verrataan Jussin palkkaa Villen palkkaan.

$$\frac{1746 \text{ €}}{1962 \text{ €}} \approx 0,890 = 89,0 \%$$

$$100 \% - 89,0 \% = 11,0 \%$$

Jussin palkka on 11,0 % pienempi kuin Villen palkka.

- c) Villen palkka on 12,4 % suurempi kuin Jussin palkka, joten Jussin olisi pitänyt lisätä työtuntejaan 12,4 %, jotta hänen palkkansa olisi ollut yhtä suuri kuin Villen palkka.

Vastaus

- a) 12,4 %
- b) 11,0 %
- c) 12,4 %

1.13

Alkutilanne

Muiden kulujen osuus on $100 \% - 16 \% - 50 \% = 34 \% = 0,34$.

Matkan hinta:	980,00 €
Junamatkan osuus:	$0,16 \cdot 980 \text{ €} = 156,80 \text{ €}$
Majoituksen osuus:	$0,50 \cdot 980 \text{ €} = 490 \text{ €}$
Muu osuus:	$0,34 \cdot 980 \text{ €} = 333,20 \text{ €}$

Tilanne hinnanmuutosten jälkeen:

Junamatkan osuus:	$1,075 \cdot 156,80 \text{ €} \approx 168,56 \text{ €}$
Majoituksen osuus:	$0,86 \cdot 490 \text{ €} = 421,40 \text{ €}$
Muu osuus:	333,20 €

Matkan hinta hinnanmuutosten jälkeen:

$$168,56 \text{ €} + 421,40 \text{ €} + 333,20 \text{ €} = 923,16 \text{ €}$$

Verrataan matkan muuttunutta hintaa alkuperäiseen hintaan.

$$\frac{923,16 \text{ €}}{980,00 \text{ €}} = 0,942 = 94,2 \%$$

Matkan hinta on laskenut $100 \% - 94,2 \% = 5,8 \%$.

Vastaus

laskenut 5,8 %

1.14

a) Verrataan pääsylipputuloloja kokonaistuloihin.

$$\frac{1,32 \cdot 10^6 \text{ €}}{7,18 \cdot 10^6 \text{ €}} \approx 0,184 = 18,4 \%$$

Pääsylipputulolojen osuus on 18,4 %.

b) Muita kuin kaupungin avustuksia oli $7,18 \text{ M€} - 3,83 \text{ M€} = 3,35 \text{ M€}$.

Verrataan tätä kokonaistuloihin.

$$\frac{3,35 \cdot 10^6 \text{ €}}{7,18 \cdot 10^6 \text{ €}} \approx 0,467 = 46,7 \%$$

Muita kuin kaupungin avustuksia oli tuloista 46,7 %.

Vastaus

a) 18,4 %

b) 46,7 %

1.15

a) korotus: $100 \% + 15 \% = 115 \% = 1,15$

Lasketaan korotettu hinta.

$$1,15 \cdot 150,00 \text{ €} = 172,50 \text{ €}$$

Hinta joulumarkkinoilla on 172,50 €.

b) alennus: $100 \% - 20 \% = 80 \% = 0,80$

Lasketaan alennettu hinta.

$$0,80 \cdot 172,50 \text{ €} = 138,00 \text{ €}$$

Hinta on maaliskuussa 138,00 €.

Vastaus

a) 172,50 €

b) 138,00 €

1.16

Korotetaan alkuperäistä hintaa 2,5 %:lla kymmenen kertaa.

$$100 \% + 2,5 \% = 102,5 \% = 1,025$$

$$1,025^{10} \cdot 45 \text{ €} \approx 57,60 \text{ €}$$

Hinta 10 vuoden kuluttua on 57,60 €.

Vastaus

57,60 €

1.17

Litrahinta on aluksi $\frac{84 \text{ €}}{9 \text{ L}} \approx 9,33 \text{ €/L}$.

Lasketaan tilanne muutosten jälkeen.

maalipurkin hinta on $1,12 \cdot 84 \text{ €} = 94,08 \text{ €}$

purkissa olevan maalin määrä on $0,9 \cdot 9 \text{ L} = 8,1 \text{ L}$

maalin litrahinta on $\frac{94,08 \text{ €}}{8,1 \text{ L}} \approx 11,61 \text{ €/L}$

Verrataan muuttunutta litrahintaa alkuperäiseen.

$$\frac{11,61 \text{ €/L}}{9,33 \text{ €/L}} \approx 1,24 = 124 \%$$

Alkuperäistä litrahintaa vastaa 100 %.

Litrahinta nousee $124 \% - 100 \% = 24 \%$.

Vastaus

nousee 24 %

1.18

- a) Majoituskulujen osuus hinnanmuutosten jälkeen on $38\% - 4\% = 34\%$.
- b) Verrataan muuttuneiden majoituskulujen osuutta alkuperäiseen osuuteen.

$$\frac{34\%}{38\%} \approx 0,89 = 89\%$$

Majoituskulut laskivat $100\% - 89\% = 11\%$.

- c) Majoituskulut ovat hinnanmuutosten jälkeen

$$0,34 \cdot 634\% = 215,56\text{ €}.$$

Majoituskulujen osuus on alennetusta hinnasta 38 %. Merkitään alennettua hintaa kirjaimella a ja muodostetaan yhtälö.

$$\frac{215,56\text{ €}}{a} = 0,38 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$a \approx 567,26\text{ €}$$

Matkan alennettu hinta on 567,26 €.

Vastaus

- a) 34 %
b) laskivat 11 %
c) 567,26 €

1.19

Vuosi	Talletukset Suvikummussa (miljoonaa euroa)		Talletukset Kesämaässä (miljoonaa euroa)	
	Mania	kaikki pankit	Mania	kaikki pankit
2015	20	202	20	40
2020	26	230	13	24

a) Suvikumpu

vuoden 2015 lopun markkinaosuus: $\frac{20}{202} \approx 0,0991 = 9,91 \%$

vuoden 2020 lopun markkinaosuus: $\frac{26}{230} \approx 0,1130 = 11,30 \%$

Mania-pankin markkinaosuus kasvoi Suvikummussa
 $11,30 - 9,91 \approx 1,4$ prosenttiyksikköä.

Muutoksen voi ilmoittaa myös prosentteina:

$$\frac{11,30 \%}{9,91 \%} \approx 1,14 = 114 \%,$$

joten markkinaosuus Suvikummussa kasvoi 14 %.

b) Kesämäki

vuoden 2015 lopun markkinaosuus: $\frac{20}{40} = 0,5000 = 50,00 \%$

vuoden 2020 lopun markkinaosuus: $\frac{13}{24} \approx 0,5417 = 54,17 \%$

Mania-pankin markkinaosuus kasvoi Suvikummissa
 $54,17 - 50,00 \approx 4,1$ prosenttiyksikköä.

Muutoksen voi ilmoittaa myös prosentteina:

$$\frac{54,17 \%}{50,00 \%} \approx 1,083 = 108,3 \%,$$

joten markkinaosuus Kesämäessä kasvoi 8,3 %.

c) Koko toiminta-alue

vuoden 2015 lopun markkinaosuus: $\frac{20 + 20}{202 + 40} \approx 0,1653 = 16,53 \%$

vuoden 2020 lopun markkinaosuus: $\frac{26 + 13}{230 + 24} \approx 0,1535 = 15,35 \%$

Mania-pankin markkinaosuus pieneni koko toiminta-alueella
 $16,53 - 15,35 \approx 1,2$ prosenttiyksikköä.

Muutoksen voi ilmoittaa myös prosentteina:

$$\frac{15,35 \%}{16,53 \%} \approx 0,929 = 92,9 \%,$$

joten markkinaosuus toiminta-alueella pieneni $100 \% - 92,9 \% = 7,1 \%$.

- d)** Mania-pankin markkinaosuus pieneni sen koko toiminta-alueella, joten väite markkinaosuuden kasvamisesta ei ollut todenperäinen.

Vastaus

- a)** Kasvoi 1,4 prosenttiyksikköä (kasvoi 14 %).
- b)** Kasvoi 4,1 prosenttiyksikköä (kasvoi 8,3 %).
- c)** Pieneni 1,2 prosenttiyksikköä (pieneni 7,1 %).
- d)** Ei ollut, sillä kokonaismarkkinaosuus pieneni.

1.20

1. Harrin todellinen tuntipalkka oli $\frac{4200 \text{ €}}{155 \text{ h}} \approx 27,0967 \text{ €}$.

Verrataan Harrin arviota 27 €/h todelliseen tuntipalkkaan.

$$\frac{27 \text{ € / h}}{27,0967 \text{ € / h}} \approx 0,9964 = 99,64 \%$$

Harrin arvio oli $100 \% - 99,64 \% = 0,36 \%$ liian pieni.

2. Aluksi Harri pyöristää palkan alaspäin tuhannen euron tarkkuuteen ja työtunnit ylöspäin kymmenen euron tarkkuuteen, tarkoituksenaan saada tuntipalkka laskettua helposti päässä laskuna.

Seuraavaksi Harri arvioi pyöristyksissä syntynyttä virhettä ja päättää tarvittavan korjauksen tuntipalkkaan perustellen tarvittavan korjauksen pyöristyksen suuruuden avulla. Huomiotta jäänyt palkan loppuosa on

200 €, ja koska $\frac{200 \text{ €}}{160 \text{ h}} \approx 1,25 \text{ € / h}$, niin syntynyt virhe on noin

1 euro, minkä Harri päätteli suuruusluokaltaan oikein.

Koska Harri pyöristi kuukauden työtuntimäärän 5 h liian suureksi, tämän seurauksena tuntipalkan arvio on liian pieni. Tuntipalkka on

työtuntien pyöristyksen takia $\frac{155 \text{ h}}{160 \text{ h}} \approx 0,97$ -kertainen todelliseen

tuntipalkkaan verrattuna eli noin 3 % liian pieni. Koska

$1,03 \cdot 26 \approx 27$, niin Harrin arvio tuntipalkasta osui euron tarkkuuteen pyöristettynä oikeaan. Harrin päättelyn lopputulos oli oikea hyvällä tarkkuudella, ja molemmat korjausarviot perustuivat päteviin arvioihin. On kuitenkin kyseenalaista, ottiko Harri oikeasti huomioon, miten ensimmäisessä korjausarviossa tapahtunut 0,25 €:n virhe vaikutti toisen korjausarvion luotettavuuteen.

Vastaus

1. Harrin arvio oli $100\% - 99,64\% = 0,36\%$ liian pieni.